



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
<b>Resumen de la Unidad:</b>	En esta unidad, el estudiante creará modelos y calculará soluciones de ecuaciones trigonométricas por medio de la transformación de funciones trigonométricas. Creará, describirá y hará predicciones sobre fenómenos periódicos para resolver situaciones matemáticas y de la vida diaria
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
<b>PE1</b> ¿Cómo los coeficientes A, B, C y D afectan la función trigonométrica de seno $f(x) = A \sin (Bx+C)+D$ ?	
<b>CD1</b> Los coeficientes de las funciones trigonométricas nos permiten construir gráficas que sean traslaciones y reflexiones de las funciones básicas.	
<b>PE2</b> ¿De qué forma las gráficas de funciones trigonométricas nos permiten entender el fenómeno periódico?	
<b>CD2</b> Las gráficas de las funciones trigonométricas nos permiten identificar las características del fenómeno periódico.	
<b>PE3</b> ¿Cómo nos ayudan las funciones trigonométricas y sus gráficas a entender el mundo real?	
<b>CD3</b> Las funciones y gráficas trigonométricas sirven de modelo en situaciones de la vida diaria y nos permite resolver problemas.	
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
<b>T1.</b> El estudiante trazara gráficas de las funciones trigonométricas para interpretar, predecir y resolver situaciones reales, donde determine la amplitud, período y desplazamiento de fase.	
<i>El estudiante adquiere destrezas para...</i>	
<b>A1.</b> Trazar la gráfica de funciones de la forma: $f(t) = \pm A \sin (Bx + C) + D$ .	
<b>A2.</b> Identificar las características de un fenómeno periódico usando la información provista por la gráfica.	
<b>A3.</b> Utilizar funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y del mundo real.	
<b>A4.</b> Comparar funciones trigonométricas entre pares e impares.	
Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)	
Estándar de Geometría	
<b>ES.G.31.1</b>	Representa transformaciones en el plano usando, al usar por ejemplo, transparencias y software para geometría; describe transformaciones como funciones que asumen puntos en el plano como entrada y entregan otros puntos como salida. Compara transformaciones que conservan distancia y ángulo con aquellas que no los conservan (ejemplo. traslación versus estiramiento horizontal)
Estándar de Funciones	



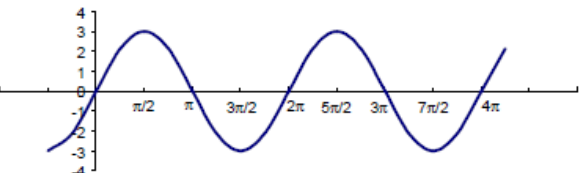
**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

<b>ES.F.24.3</b>	Grafica funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica, manual en casos sencillos y con tecnología en casos más complejos. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> </ul>
<b>ES.F.24.4</b>	Representa las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y ecuaciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa funciones trigonométricas para un número real dado.</li> <li>• Reconoce las características principales de cada una de las funciones trigonométricas (el dominio, el recorrido, las intersecciones con los ejes, los valores máximos y mínimos, las asíntotas y los intervalos donde es creciente o decreciente).</li> </ul>
<b>ES.F.28.4</b>	Utiliza el círculo unitario para explicar la simetría (impar y par) y la periodicidad de las funciones trigonométrica.
<b>ES.F.29.1</b>	Utiliza funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y de la vida diaria
<b>ES.F.29.2</b>	Escoge funciones trigonométricas para modelar fenómenos periódicos con amplitud, frecuencia y línea media dadas.
<b>Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)</b>	
<b>PM1</b>	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
<b>PM2</b>	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
<b>PM3</b>	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
<b>PM4</b>	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
<b>PM5</b>	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
<b>PM6</b>	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
<b>PM7</b>	Discierne y usa patrones o estructuras.
<b>PM8</b>	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.

<b>ETAPA 1 – (Resultados esperados)</b>	<b>ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)</b>	<b>ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)</b>
---	--------------------------------------	--------------------------------------



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p><b>PRCS:</b> ES.F.24.3 ES.F.24.4 ES.F.28.4 ES.F.29.1 ES.F.29.2 ES.G.31.1</p> <p><b>PM:</b> PM3 PM4 PM5 PM7</p> <p><b>PE/CD:</b> PE1/CD1 PE2/CD2</p> <p><b>T/A:</b> A1/A2/A3/A4</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La gráfica de funciones trigonométricas expresadas simbólicamente y las características claves de la gráfica.</li> <li>Los conceptos de período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> <li>Cómo representar las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y ecuaciones.</li> <li>Cómo evaluar funciones trigonométricas para un número real dado.</li> <li>Las características principales de cada una de las funciones trigonométricas (el dominio, el recorrido, las intersecciones con los ejes, los valores máximos y mínimos,</li> </ul>	<p><i>Patrones y relaciones Representaciones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Graficar las funciones seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente mostrando sus características claves de dominio, recorrido, intersecciones con los ejes, los valores máximos y mínimos, las asíntotas y los intervalos donde es decreciente o creciente.</li> <li>Encontrar intervalo entre <math>-2\pi</math> y <math>2\pi</math> en que una función dada es creciente o decreciente.</li> </ul>	<p>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</p> <p><i>Guía de gráficas trigonométricas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo trazar funciones trigonométricas creando una guía de gráficas. Deberán crear una guía paso a paso limpia y bien rotulada de cómo trazar gráficas de funciones trigonométricas. (ver abajo)</li> </ul> <p><i>Cómo hacer modelos de datos climáticos reales</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo trazar gráficas de funciones de seno y</li> </ul>	<p><i>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Dada la gráfica siguiente, responde a las preguntas a-g.</li> </ul>  <ol style="list-style-type: none"> <li>Indica un ciclo en esta gráfica usando marcas de cotejo (o cualquier otro método) para indicar el comienzo y final del ciclo.</li> <li>¿Cuál es el periodo de esta función?</li> <li>¿Cuál es la frecuencia de esta función?</li> <li>¿Cuál es la amplitud de esta función?</li> <li>¿Cuál de las siguientes ecuaciones debe asociarse con la gráfica anterior?  <math display="block">y = \cos(3x - \frac{\pi}{2})</math> <math display="block">y = \cos(x + \frac{\pi}{2}) + 3</math> <math display="block">y = 3 \cos x</math> <math display="block">y = 3 \cos(x - \frac{\pi}{2})</math> <math display="block">y = 3 \cos(x + \frac{\pi}{2})</math> </li> <li>¿Es esta una función par o impar?</li> </ol>	<p>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</p> <p><i>Juego del Seno /Coseno</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Una vez se introduzca el tema de las funciones de seno y coseno, los estudiantes estarán listos para jugar al juego del seno coseno. Una vez se haya dado una introducción a los estudiantes de las seis funciones trigonométricas, jueguen el mismo juego, pero mezclen secante con coseno o cosecante con las expresiones de seno en la columna de la izquierda. (ver abajo)</li> </ul> <p><i>Funciones circulares de seno, coseno y tangente</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes calculan el seno, coseno y la tangente para trazar la gráfica de cada función. Los estudiantes entonces comparan las características de las funciones como la amplitud, el periodo, el dominio y el recorrido. Utiliza esta actividad para introducir y definir términos como amplitud, periodo y eje principal, y para discutir las características de las funciones circulares básicas (ver anejo: "TR.3 Actividad de aprendizaje- Las funciones circulares seno, coseno y tangente"). (Fuente: <a href="http://www.wsfcs.k12.nc.us/Page/7246">http://www.wsfcs.k12.nc.us/Page/7246</a>)</li> </ul> <p><i>Ecuación de la curva del seno</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Haz un modelo de cómo se identifican las</li> </ul>

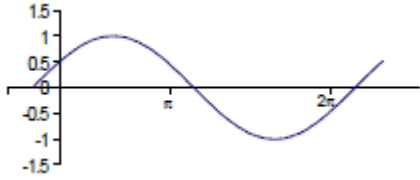


**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)																
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección																
	<p>las asíntotas y los intervalos donde es creciente o decreciente).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Cómo utilizar funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y del mundo real.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trazar la gráfica de funciones trigonométricas de la forma <math>f(t) = \pm A \sin(Bx + C) + D</math> e interpretar A,B,C,y D en términos de la amplitud, frecuencia, periodo, desplazamiento vertical y cambio de fase.</li> <li>Representar transformaciones en el plano de la gráfica de la función seno y coseno con variaciones en la amplitud, período, línea media, desplazamiento de fase con y sin tecnología.</li> </ul>	<p>coseno haciendo modelos de datos climáticos reales y prediciendo las incógnitas.</p>	<p>g. ¿Cuál es el recorrido de esta función? (Fuente: <a href="http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf">http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf</a>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Durante el día, la profundidad del agua varía en el fin del puerto únicamente. La tabla muestra la profundidad en pies en diferentes horas de la mañana.</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Hora</th> <th style="padding: 2px;">Profundidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="padding: 2px;">12 am</td><td style="padding: 2px;">3.4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">2 am</td><td style="padding: 2px;">8.7</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">4 am</td><td style="padding: 2px;">11.3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">6 am</td><td style="padding: 2px;">9.1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">8 am</td><td style="padding: 2px;">3.8</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">10 am</td><td style="padding: 2px;">0.1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">12 am</td><td style="padding: 2px;">1.2</td></tr> </tbody> </table> <p>a. Usa una función trigonométrica para hacer un modelo de los datos. b. Halla la profundidad a las 9 am y las 3pm. (Fuente: <a href="http://www.scribd.com/doc/51511870/ejemplos">http://www.scribd.com/doc/51511870/ejemplos</a>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Dada la gráfica a continuación, elige la función</li> </ul>	Hora	Profundidad	12 am	3.4	2 am	8.7	4 am	11.3	6 am	9.1	8 am	3.8	10 am	0.1	12 am	1.2	<p>características de la curva de un seno dada su ecuación. Pídeles a los estudiantes que pareen las funciones de seno con sus características: periodo, amplitud y deslizamiento (ver anejo: “TR.3 Actividad de aprendizaje - Ecuación de la curva del seno”)</p> <p>(Fuente: <a href="http://www.pleacher.com/handley/lessons/trig/sin_egrat.html">http://www.pleacher.com/handley/lessons/trig/sin_egrat.html</a>)</p> <p><b><i>Nombra la gráfica trigonométrica</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Dales a los estudiantes un conjunto de seis a doce gráficas trigonométricas sacadas de libros o creadas por ti. Pídeles que las " nombren " según la ecuación que producirá la gráfica. Una vez los estudiantes hayan identificado y " nombrado " todas las gráficas correctamente, rétalos a que generen dos nombres adicionales por cada gráfica, uno usando la misma función y otro usando la co-función. Los estudiantes pueden trabajar en parejas para crear nombres adicionales y corroborar sus respuestas usando una calculadora gráfica. (Fuente: <a href="http://www.curriculumframer.com">www.curriculumframer.com</a>)</li> </ul> <p><b><i>Las cuatro funciones restantes</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes trazaran la gráfica de tangente,</li> </ul>
Hora	Profundidad																				
12 am	3.4																				
2 am	8.7																				
4 am	11.3																				
6 am	9.1																				
8 am	3.8																				
10 am	0.1																				
12 am	1.2																				



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Hallar amplitud, periodo y el desplazamiento de fase y traza la gráfica de una ecuación trigonométrica dada.</li> <li>Utilizar gráfica de funciones trigonométricas para trazar la gráfica de una ecuación trigonométrica sin localizar puntos.</li> <li>Hallar una ecuación para una onda senoidal.</li> <li>Describir y hace predicciones sobre fenómenos periódicos de la vida diaria</li> </ul>		<p>que representa.</p>  <p>a) <math>y = \cos(x + p/3)</math>          b) <math>y = \cos(x - p/3)</math>          c) <math>y = \cos x + p/3</math>          d) <math>y = \cos x - p/3</math></p> <p>(Fuente: <a href="http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf">http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf</a>)</p> <p><i>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Compara el trazar gráficas de funciones trigonométricas con otras funciones cuyas gráficas hayas trazado. ¿En qué se asemejan? ¿En qué se diferencian?</li> <li>Determina los valores exactos de las seis funciones trigonométricas (<math>y = \sin\theta</math>; <math>y = \csc\theta</math>; <math>y = \cos\theta</math>; <math>y = \sec\theta</math>; <math>y = \tan\theta</math>; <math>y = \cot\theta</math>) de un ángulo en posición estándar cuyo lado terminal pasa por el punto (2, -3).</li> </ul> <p>(Fuente: <a href="http://www.pleacher.com/mp/mlessons/tr">http://www.pleacher.com/mp/mlessons/tr</a>)</p>	<p>cotangente, secante y cosecante usando traslaciones y dilataciones. (ver abajo)</p> <p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección: Gráficas trigonométricas – sumando y multiplicando</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>En esta lección, los estudiantes predecirán los efectos de sumar y multiplicar por una constante en una gráfica trigonométrica, y luego confirmarán el efecto con una tabla de valores y un boceto rápido. Tendrán la oportunidad de realizar el mismo proceso con una serie de funciones trigonométricas (ver abajo).</li> </ul> <p><i>Ejemplo 2 para planes de la lección: Gráficas trigonométricas - ¿Qué hace una "constante fuera" de la función?:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Como este tema es un poco más complicado que el deslizamiento vertical y el cambio de amplitud estudiados anteriormente, los estudiantes explorarán primero el efecto de multiplicar y sumar una constante "dentro" de la función con ayuda tecnológica. Usando la calculadora gráfica, los estudiantes explorarán el cambio en el periodo y el desplazamiento de fase por medio de la observación, e intentarán realizar algunas generalizaciones en cuanto al</li> </ul>



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>usando la información provista por la gráfica dada.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Escoger funciones trigonométricas para modelar fenómenos periódicos con amplitud, frecuencia y líneas medias dadas.</li> <li>Resolver problemas que involucren aplicaciones de funciones trigonométricas usando ángulos de depresión o ángulos de elevación.</li> </ul>		<p>ig/testmenu.html)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Traza la gráfica de por lo menos un ciclo de cada uno de los siguientes:  <math>y = \cos \theta</math>  <math>y = 2(.3)x</math>  <math>y = \sin (2\theta)</math>  <math>y = 1 + 3 \cos 2 (\theta - 40^\circ)</math></li> <li>(Fuente: <a href="http://www.pleacher.com/mp/mlessons/trig/testmenu.html">http://www.pleacher.com/mp/mlessons/trig/testmenu.html</a>)</li> </ul> <p><b>Papelitos de entrada</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cuáles son las características de las funciones de seno? ¿De coseno? ¿De tangente?</li> <li>Sin trazar la gráfica de la función, ¿qué me pueden decir de cómo se diferencia <math>y = 3 + 2 \cos 2 (\theta - 60^\circ)</math> de su gráfica original?</li> <li>Dada la función <math>y = 3 \sin (2x - p/4) + 2</math> contesta las siguientes preguntas:             <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es la amplitud?</li> <li>¿Cuál es el periodo?</li> <li>¿Cuál es la frecuencia?</li> <li>¿Hay un deslizamiento horizontal? ____ Si es así, el deslizamiento está a ____ unidades a la derecha/izquierda.</li> <li>¿Hay un deslizamiento vertical? ____ Si es así, el deslizamiento está a ____ unidades</li> </ol> </li> </ol>	<p>efecto de multiplicar y sumar una constante con x antes de evaluar la función trigonométrica. (ver abajo)</p> <p><i>Ejemplo 3 para planes de la lección: Notas sobre los datos periódicos y los deslizamientos de funciones trigonométricas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes trazarán la gráfica y discutirán datos periódicos. Analizarán las características de cómo desplazar gráficas trigonométricas, como la función periódica, el periodo, el punto máximo, el punto mínimo, el eje principal y la amplitud. (ver anejo: “TR.3 Ejemplo para plan de lección - Notas sobre los datos periódicos y los deslizamientos de funciones trigonométricas”). (Fuente: <a href="http://www.wsfc.k12.nc.us/Page/7246">http://www.wsfc.k12.nc.us/Page/7246</a>)</li> </ul>



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
				hacia arriba/abajo. f. Determina la amplitud de $y = 3 \sin (2x) + 4$ . (Fuente: <a href="http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf">http://www.swtc.edu:8082/mscenter/mthsci/trig/05trigfx/wk05tfx.pdf</a> )	
<b>Vocabulario de Contenido</b>				<i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En la clase de hoy aprendí _____.</li> <li>• Hoy estuve confundido con _____.</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Amplitud</li> <li>• Frecuencia</li> <li>• Línea media</li> <li>• Período</li> <li>• Desplazamiento</li> <li>• Desfase</li> <li>• Traslación Vertical</li> <li>• Valor Máximo</li> <li>• Valor Mínimo</li> <li>• Asíntotas Verticales</li> </ul>				





**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

**ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)**

**Conexiones a la literatura sugeridas**

- **Martin Plimmer**
  - *Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
  - *El matemático del rey*
- **Marcus Du Sautoy**
  - *La música de los números primos: El enigma de un problema matemático abierto*
- **Eli Maor**
  - *Trigonometric Delights*
- **McGraw Hill**
  - *Matemáticas Integradas I, II, III*
- **Raymond Barnett**
  - *Pre cálculo: Funciones y gráficas*
- **Glencoe**
  - *Algebra I*

**Recursos adicionales**

- [http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus\\_guidebook\\_ES.pdf](http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf)
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>





## Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

#### Tareas de desempeño

*Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Título III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.*

#### *Guía de gráficas trigonométricas*

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo trazar funciones trigonométricas creando una guía de gráficas. Deberán crear una guía paso a paso limpia y bien rotulada de cómo trazar gráficas de funciones trigonométricas.
- En la guía, los estudiantes deben describir:
  1. el comportamiento de las gráficas de seis funciones trigonométricas básicas ( $y=\sin\theta$ ;  $y=\csc\theta$ ;  $y=\cos\theta$ ;  $y=\sec\theta$ ;  $y=\tan\theta$ ;  $y=\cot\theta$ );
  2. cómo se relacionan, y
  3. cómo las alteraciones en la función básica alteran el periodo, la amplitud, el dominio, el recorrido y el desplazamiento de fase
- Los estudiantes deben usar gráficas de ejemplo para apoyar sus conclusiones.
- Evalúa el trabajo de los estudiantes en la rúbrica de evaluación (ver anejo: "Organizador - Rúbrica de tarea de desempeño").

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))

#### *Cómo hacer modelos de datos climáticos reales*

- Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo trazar gráficas de funciones de seno y coseno haciendo modelos de datos climáticos reales y prediciendo las incógnitas. Trazarán la gráfica de temperaturas en papel cuadriculado o en calculadora gráfica, y luego crearán una ecuación (modelo matemático) de los datos en función del período y amplitud de las temperaturas en un período de un año. Se proveen quince meses para que la naturaleza periódica de los datos resulte aparente. Los estudiantes pueden escoger una función de seno o coseno para su función.
- Materiales: Datos de temperatura de la ciudad (ver anejo: "TR.3 Tarea de desempeño - Cómo hacer modelos de datos climáticos reales"), papel de estraza, marcadores, yardas, reglas, cordón y cinta adhesiva.
- Instrucciones:
  1. Indica a los estudiantes lo siguiente: "El servicio nacional de meteorología sufrió una falla en el sistema en abril (o el mes que sea) y perdieron todos los datos de ese mes porque, claro, no guardaron copia de los datos. Necesitan ayuda escribiendo un modelo que pueda predecir la temperatura promedio del mes que falta. Nos están dando otros 14 meses de datos para usarlos en nuestro modelo".
  2. "Las ecuaciones usadas para elaborar el modelo real se llaman modelos matemáticos. Por ejemplo, los ingenieros utilizan modelos matemáticos computarizados para diseñar, probar y construir cohetes, sistemas de irrigación, carros, fuegos artificiales... de todo. Tu grupo creará un modelo matemático (ecuación) para predecir los datos del mes que se perdieron de tu ciudad asignada".
  3. Nota: En las temperaturas de Salt Lake City hay un pequeño error o pequeña laguna en mayo entre el modelo y los datos reales. Los meteorólogos han notado esto como una desviación importante de la tendencia, y lo atribuyen al efecto lago dado que el Great Salt Lake afecta las temperaturas de primavera.
  4. Los estudiantes pueden trabajar en grupos de dos o tres. Repárteles la hoja de actividades (ver anejo: "TR.3 Tarea de desempeño - Cómo hacer modelos de datos climáticos reales"). Los datos climáticos contienen información de los meses y las temperaturas de cuatro ciudades dentro de un periodo de quince meses. Dale a cada grupo los datos de una ciudad. No dejes que los grupos sepan que algunos grupos tienen datos duplicados. El maestro tendrá que cubrir con corrector blanco el mes que los estudiantes tendrán que predecir. Los estudiantes tendrán que:
    - A. Hallar la función de sus datos.



**Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas**  
**Matemáticas**  
**5 semanas de instrucción**

- B. Utilizar la función para predecir la información que falta y mostrar todos los pasos.
  - C. Proveer la información que falta.
  - 5. Los grupos tendrán que preparar un presentación de tres a cinco minutos.
  - 6. Escribe un modelo en la pizarra y designa a alguien para que tome nota durante la presentación.
  - 7. El grupo deberá presentar cómo hallaron la amplitud.
  - 8. Presentar cómo calcularon el periodo y el deslizamiento de fase.
  - 9. Presentar las respuestas de la hoja de guía.
  - 10. Presentar los valores predichos: ¿cuál fue el valor predicho del mes que faltaba? ¿Cómo obtuvieron ese valor?
  - Evalúa el trabajo de los estudiantes en la rúbrica de evaluación. (ver anejo: “Organizador - Rúbrica de tarea de desempeño”)
- (Fuente: <http://www.uen.org/Lessonplan/preview?LPid=25928>)



## Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

#### Actividades de aprendizaje sugeridas

##### *Juego del seno/coseno*

- Una vez se introduzca el tema de las funciones de seno y coseno, los estudiantes estarán listos para jugar al juego del seno coseno. Una vez se haya dado una introducción a los estudiantes de las seis funciones trigonométricas, jueguen el mismo juego, pero mezclen secante con coseno o cosecante con las expresiones de seno en la columna de la izquierda. Esto ayuda a consolidar en especial las destrezas de razonamiento deductivo, interpretación de gráficas y aproximación. Los estudiantes tendrán además la oportunidad de aprender de, y trabajar con otros. (ver anejo: “TR.3 Actividad de aprendizaje - Juego del seno coseno”).
1. Divide la clase en parejas y distribuye hojas sueltas de papel a cada una. En esta hoja habrá dos columnas. La columna de la izquierda contiene expresiones ya sea con funciones de seno o coseno. En la columna de la derecha se encuentran aproximaciones decimales de las expresiones de la columna de la izquierda, pero en un orden aleatorio. Se escogen valores de forma tal que solo uno de los cinco valores decimales sea posible por cada función.
  2. Cada pareja tendrá tres minutos para parear cada expresión de la columna de la izquierda con su representación decimal correspondiente en la columna de la derecha. No se permite usar calculadora.
  3. Gana la pareja que obtenga los cinco pareos correctos.

(Fuente: <http://www.pleacher.com/handle/lessons/trig/sincosgm.html>)

##### *Las cuatro funciones restantes*

- Los estudiantes trazarán la gráfica de la tangente, cotangente, secante y cosecante usando traslaciones y dilataciones. Deben estar conscientes de que, aunque las funciones de seno y coseno son continuas, las cuatro restantes no lo son. Deben entender el comportamiento asintótico de cada una de las cuatro restantes. Utiliza los cinco puntos: máximo, mínimo e interceptos de la gráfica. Repasa con los estudiantes su conocimiento de las funciones de seno y coseno, sus interceptos en  $x$  y los valores máximo y mínimo para ayudar a trazar la gráfica de las otras cuatro funciones trigonométricas. Permíteles a los estudiantes trabajar en grupos para completar la hoja adjunta de “Las cuatro funciones restantes” (ver anejo: “TR.3 Actividad de aprendizaje – Las cuatro funciones restantes”). Asegúrate de que los estudiantes entiendan que las líneas verticales que aparecen en las gráficas de la calculadora de las funciones de secante, cosecante, tangente y cotangente están ahí solo para marcar el lugar de las asíntotas verticales. Cuando los estudiantes repliquen la gráfica, las asíntotas verticales deben aparecer como líneas entrecortadas para mostrar que solo están ahí de guía. Fíjate en que ni la función secante ni la cosecante tienen una amplitud, puesto que ninguna es una función limitada. Sin embargo, el valor  $a$  en  $y = \operatorname{acsc} x$  ó  $y = \operatorname{asec} x$  afectará la función de seno, puesto que cambiará el valor del punto máximo y mínimo.

(Fuente: [http://www.doe.state.la.us/topics/comprehensive\\_curriculum.html](http://www.doe.state.la.us/topics/comprehensive_curriculum.html))



## Unidad TR.3: Funciones trigonométricas y sus gráficas

### Matemáticas

### 5 semanas de instrucción

#### Ejemplos para planes de la lección

##### *Gráficas trigonométricas – sumando y multiplicando*

- En esta lección, los estudiantes predecirán los efectos de sumar y multiplicar por una constante en una gráfica trigonométrica, y luego confirmarán el efecto con una tabla de valores y un boceto rápido. Tendrán la oportunidad de realizar el mismo proceso con una serie de funciones trigonométricas.
1. Primero, repasen una función no trigonométrica que les resulte familiar, como  $y = x^2$ . ¿Cómo se ve afectada la gráfica tras la incorporación de una constante? Describe cómo la gráfica básica se compara con la gráfica de  $y = 3x^2$ , o  $y = x^2 + 3$ . Traza la gráfica de las funciones para comparar y contrastar las tres funciones.
  2. Una vez les hayas dado la oportunidad de completar esta parte y comparar sus respuestas en parejas, tengan una breve discusión en clase; asegúrate de que hayan descrito correctamente el efecto de sumar o multiplicar por una constante. Consideren además la pregunta: "¿Cambió la naturaleza fundamental de la forma?" (No, se desplazó, se expandió o se reflejó, pero mantuvo su naturaleza básica.)
  3. Dale a los estudiantes ejemplos mixtos de funciones trigonométricas con las mismas transformaciones. Un ejemplo posible es:  $y = 2 \sin x$ ,  $y = 2 + 3 \cos x$ ,  $y = 1 - \tan x$ ,  $y = 1 + 2 \cot x$ ,  $y = -1 + \sec x$ , and  $y = 4 \csc x$ .
  4. Por cada ejemplo, haz que los estudiantes tracen la forma básica primero (por ejemplo,  $y = \sin x$ ). Pídeles que tracen la gráfica con los valores en  $x$  de  $-2\pi$  a  $2\pi$ . En el mismo conjunto de ejes, pídeles que tracen la gráfica alterada usando los conceptos repasados, y sin trazar puntos específicos. El propósito es usar las formas básicas y consolidar la comprensión del efecto que tiene en la gráfica una constante sumada o multiplicada.

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))

##### *Gráficas trigonométricas - ¿Qué hace una "constante fuera" de la función?:*

- Como este tema es un poco más complicado que el deslizamiento vertical y el cambio de amplitud estudiados anteriormente, los estudiantes explorarán primero el efecto de multiplicar y sumar una constante "dentro" de la función con ayuda tecnológica. Usando la calculadora gráfica, los estudiantes explorarán el cambio en el periodo y el desplazamiento de fase por medio de la observación, e intentarán realizar algunas generalizaciones en cuanto al efecto de multiplicar y sumar una constante con  $x$  antes de evaluar la función trigonométrica.
1. Provéeles a los estudiantes un conjunto de ejemplos de funciones trigonométricas. Elige ejemplos que representen todas las funciones, y asegúrate de que estas incluyan ejemplos del deslizamiento vertical, el cambio de amplitud, el cambio periódico y el desplazamiento de fase.
  2. Pídeles a los estudiantes que grafiquen las funciones con la calculadora gráfica, y que hagan un dibujo detallado de un periodo de la gráfica y rotulen los puntos clave.
  3. En parejas, los estudiantes deben analizar cada gráfica y compararla con la forma estándar con la que se relaciona. ¿Cómo los números en las funciones afectan la gráfica? ¿Podemos establecer de forma general cómo las operaciones de la variable antes de aplicar la función trigonométrica afectan la forma de la gráfica? Los estudiantes ya conocen el deslizamiento vertical y el cambio de amplitud por la lección anterior, y esa experiencia debe ayudarlos en esta exploración.
  4. A medida que formulan hipótesis, sugiereles que las pongan a prueba creando sus propias funciones, prediciendo cómo se verá la gráfica y probándola con la calculadora gráfica. Por ejemplo, una vez piensen que saben lo que el "4" hace en la función  $y = 2 - 3 \sin(4x)$ , haz una predicción de cómo  $y = 3 \sin x$  debe verse y pruébala con la calculadora gráfica.
  5. Sirve de facilitador de una discusión dirigida por los estudiantes sobre sus hallazgos.

(Fuente: [www.curriculumframer.com](http://www.curriculumframer.com))